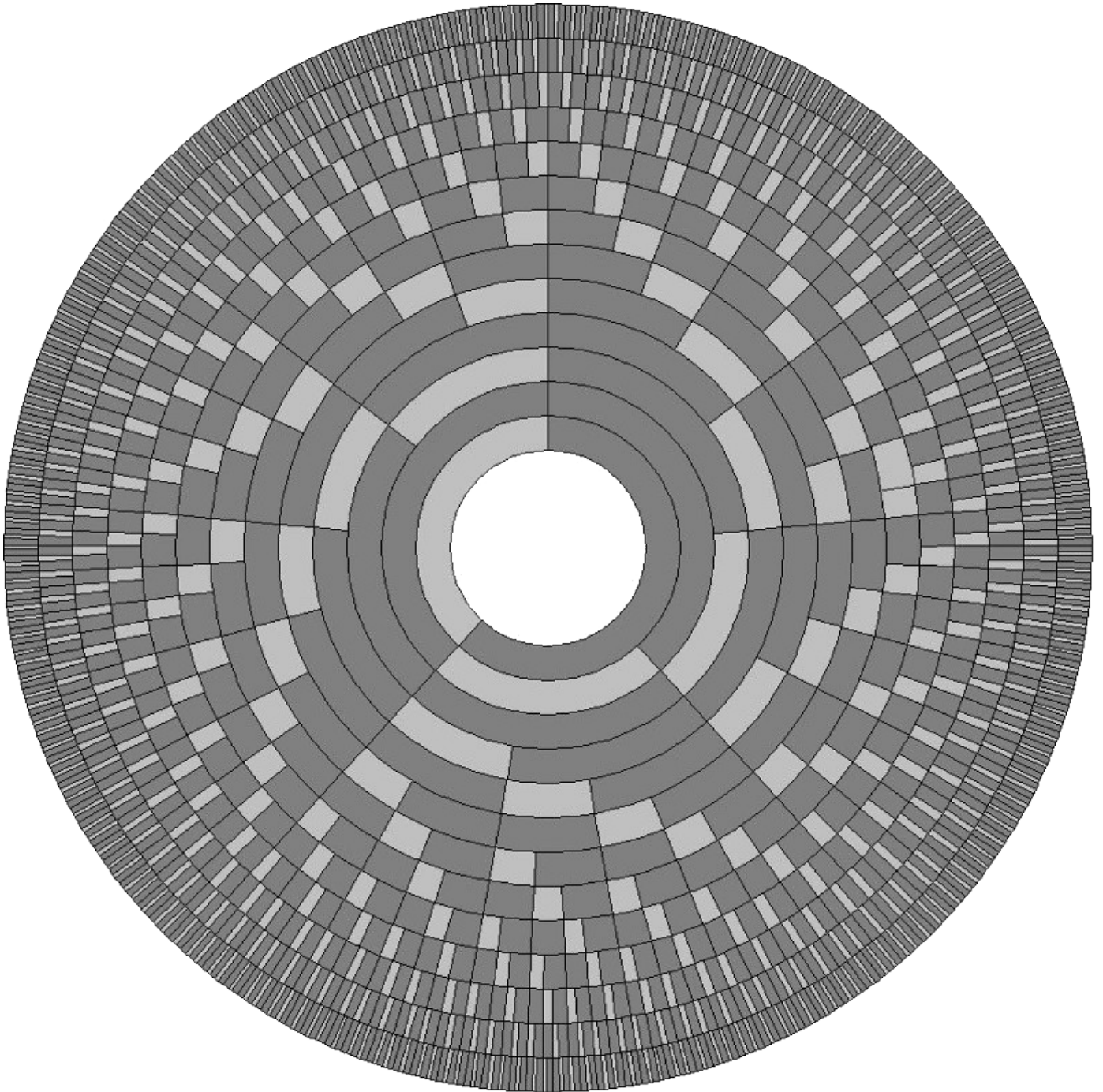


Échelles ij fibonacciennes



Gris clair : intervalles i
Gris foncé : intervalles j

Les échelles ij .

On rappelle que les échelles ij sont des échelles construites sur une alternance de deux (et seulement deux) intervalles, un petit (i) et un grand (j).

Règle de transformation des intervalles d'une génération à l'autre.

On recherche ici une façon de découper l'octave en deux parties inégales, j_0 et i_0 , telle que la génération d'échelles effectuée à partir de cette première section de l'octave puisse s'effectuer à l'infini suivant cette règle de transformation :

devient :	GRAND	PETIT
	↓	↓
	grand petit	grand

Autrement dit :

devient toujours :	j'	i'
	j" i"	j"

d'une génération à l'autre.

D'une génération à l'autre, les valeurs de j et de i sont déterminées par les équations suivantes :

$$j'' = i'$$

$$i'' = j'/i'$$

Formes des échelles générées.

Génération 0 :	j ₀	i ₀		(échelle à 2 degrés)							
Génération 1 :	j ₁	i ₁	j ₁		(échelle à 3 degrés)						
Génération 2 :	j ₂	i ₂	j ₂	i ₂		(échelle à 5 degrés)					
Génération 3 :	j ₃	i ₃	j ₃	i ₃	j ₃	i ₃		(échelle à 8 degrés)			
Génération 4 :	j ₄	i ₄ j ₄	j ₄	i ₄ j ₄	i ₄ j ₄	j ₄	i ₄ j ₄	j ₄	i ₄	(échelle à 13 degrés)	
Génération 5 :	j ₅	i ₅ j ₅ j ₅	i ₅ j ₅	i ₅ j ₅ j ₅	i ₅ j ₅	i ₅ j ₅ j ₅	i ₅ j ₅	i ₅ j ₅ j ₅	i ₅ j ₅		(échelle à 21 degrés)

etc.

On remarque évidemment que la progression du nombre de degrés dans les échelles est en progression fibonaccienne :

la génération 6 est une échelle à 34 degrés,

la génération 7 est une échelle à 55 degrés,

la génération 8 est une échelle à 89 degrés,

la génération 9 est une échelle à 144 degrés, etc.

Valeurs des intervalles i et j dans les échelles fibonacciennes

Génération	i (petit intervalle)	j (grand intervalle)
0 - Échelle à 2 degrés	1,3031164486125810	1,5347822538264810
1 - Échelle à 3 degrés	1,1777782833303510	1,3031164486125810
2 - Échelle à 5 degrés	1,106419151258092	1,1777782833303510
3 - Échelle à 8 degrés	1,064495568420997	1,106419151258092
4 - Échelle à 13 degrés	1,039383520308387	1,064495568420997
5 - Échelle à 21 degrés	1,024160521714987	1,039383520308387
6 - Échelle à 34 degrés	1,014863879509737	1,024160521714987
7 - Échelle à 55 degrés	1,009160481905949	1,014863879509737
8 - Échelle à 89 degrés-	1,005651625986202	1,009160481905949
9 - Échelle à 144 degrés	1,0034891366245210	1,005651625986202
10 - Échelle à 233 degrés	1,002154970375611	1,0034891366245210
11 - Échelle à 377 degrés	1,001331297342583	1,002154970375611
12 - Échelle à 610 degrés	1,000822577937206	1,001331297342583
13 - Échelle à 987 degrés	1,000508301287953	1,000822577937206
14 - Échelle à 1 597 degrés	1,000314116983184	1,000508301287953
15 - Échelle à 2 584 degrés	1,000194123327336	1,000314116983184
16 - Échelle à 4 181 degrés	1,000119970366803	1,000194123327336
17 - Échelle à 6 765 degrés	1,000074144065441	1,000119970366803
18 - Échelle à 10 946 degrés	1,000045822903866	1,000074144065441
19 - Échelle à 17 711 degrés	1,000028319863879	1,000045822903866
20 - Échelle à 28 657 degrés	1,000017502544318	1,000028319863879
21 - Échelle à 46 368 degrés	1,000010817130233	1,000017502544318
22 - Échelle à 75 025 degrés	1,000006685341769	1,000010817130233
23 - Échelle à 121 393 degrés	1,000004131760843	1,000006685341769
24 - Échelle à 196 418 degrés	1,000002553570374	1,000004131760843
25 - Échelle à 317 811 degrés	1,0000015781864310	1,000002553570374
26 - Échelle à 514 229 degrés	1,000000975382396	1,0000015781864310
27 - Échelle à 832 040 degrés	1,000000602803456	1,000000975382396
28 - Échelle à 1 346 269 degrés	1,000000372578716	1,000000602803456
29 - Échelle à 2 178 309 degrés	1,000000230224654	1,000000372578716
30 - Échelle à 3 524 578 degrés	1,000000142354029	1,000000230224654
31 - Échelle à 5 702 887 degrés	1,000000087870614	1,000000142354029
32 - Échelle à 9 227 465 degrés	1,0000000544834010	1,000000087870614
33 - Échelle à 14 930 352 degrés	1,000000033387202	1,0000000544834010
34 - Échelle à 24 157 817 degrés	1,000000021096207	1,000000033387202
35 - Échelle à 39 088 169 degrés	1,000000012290997	1,000000021096207
36 - Échelle à 63 245 986 degrés	1,0000000088052010	1,000000012290997
37 - Échelle à 102 334 155 degrés	1,000000003485788	1,0000000088052010

Ratios approchant la valeur de $f_{ij} = 10^{(\log 2)/\varphi} = 1,534782253826489410$

Ratios	Valeur décimale	Écart avec f_{ij} 1,534782253826489410	Valeur en cents
20 / 13	1,538 461 538	0,003 679 284	745,786
23 / 15	1,533 333 333	0,001 448 920	740,005
43 / 28	1,535 714 285	0,000 932 031	742,691
66 / 43	1,534 883 720	0,000 101 467	741,755
221 / 144	1,534 722 222	0,000 060 031	741,573
287 / 187	1,534 759 358	0,000 022 895	741,614
353 / 230	1,534 782 608	0,000 000 354	741,641
9465 / 6167	1,534 781 903	0,000 000 350	741,64
9818 / 6397	1,534 781 929	0,000 000 324	741,64
10171 / 6627	1,534 781 952	0,000 000 301	741,64
10524 / 6857	1,534 781 974	0,000 000 279	741,64
10877 / 7087	1,534 781 995	0,000 000 258	741,64
11230 / 7317	1,534 782 014	0,000 000 239	741,64
11583 / 7547	1,534 782 032	0,000 000 221	741,64
11936 / 7777	1,534 782 049	0,000 000 204	741,64
12289 / 8007	1,534 782 065	0,000 000 188	741,64
12642 / 8237	1,534 782 080	0,000 000 172	741,64
12995 / 8467	1,534 782 095	0,000 000 158	741,64
13348 / 8697	1,534 782 108	0,000 000 145	741,64
13701 / 8927	1,534 782 121	0,000 000 132	741,64
14054 / 9157	1,534 782 133	0,000 000 119	741,64
14407 / 9387	1,534 782 145	0,000 000 108	741,64
14760 / 9617	1,534 782 156	0,000 000 097	741,64
15113 / 9847	1,534 782 167	0,000 000 086	741,64
15466 / 10077	1,534 782 177	0,000 000 076	741,64
15819 / 10307	1,534 782 186	0,000 000 066	741,64
16172 / 10537	1,534 782 196	0,000 000 057	741,64
16525 / 10767	1,534 782 204	0,000 000 048	741,64
16878 / 10997	1,534 782 213	0,000 000 040	741,64
17231 / 11227	1,534 782 221	0,000 000 032	741,64
17584 / 11457	1,534 782 229	0,000 000 024	741,64
17937 / 11687	1,534 782 236	0,000 000 017	741,64
18290 / 11917	1,534 782 243	0,000 000 009	741,64
18643 / 12147	1,534 782 250	0,000 000 003	741,64

